

FORMULE IZ STATISTIKE

Aritmetička sredina niza podataka:

- za negrupirane podatke

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

- za grupirane podatke

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{\sum_{i=1}^k f_i}$$

Pomoćni momenti ili momenti oko nule:

- za negrupirane podatke

$$m_r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^r$$

- za grupirane podatke

$$m_r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_i x_i^r$$

Centralni momenti ili momenti oko sredine:

- za negrupirane podatke

$$M_r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^r$$

- za grupirane podatke

$$M_r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_i (x_i - \bar{x})^r$$

Izračunavanje centralnih momenata pomoću pomoćnih:

$$M_2 = m_2 - m_1^2$$

$$M_3 = m_3 - 3m_1 m_2 + 2m_1^3$$

$$M_4 = m_4 - 4m_1 m_3 + 6m_1^2 m_2 - 3m_1^4$$

Mod numeričkog niza s razredima

$$Mo = L_1 + \frac{(b-a)}{(b-a) + (b-c)} \cdot i$$

Vrijednost medijana i kvartila numeričkog niza sa razredima:

$$Me = L_1 + \frac{\frac{N}{2} - \sum f_1}{f_{med}} \cdot i;$$

$$Q_1 = L_1 + \frac{\frac{N}{4} - \sum f_1}{f_{k \text{ var}}} \cdot i;$$

$$Q_3 = L_1 + \frac{\frac{3N}{4} - \sum f_1}{f_{k \text{ var}}} \cdot i$$

Raspon varijacije,

Interkvartil

i koeficijent kvartilne devijacije:

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

$$I_Q = Q_3 - Q_1$$

$$V_Q = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

Varijanca:

za grupirane podatke

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2$$

u razvijenom obliku

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k f_i x_i^2 - \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^k f_i x_i \right)^2$$

Standardna devijacija:

$$s = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2}$$

Koeficijent varijacije:

$$V = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100$$

Standardizirana varijabla:

$$z = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$$

Koeficijent asimetrije:

$$K = \frac{M_3}{s^3} \quad (-2 \leq K \leq 2)$$

Koeficijent zaobljenosti (ekscjes):

$$E = \frac{M_4}{s^4}$$

Pearsonov koeficijent asimetrije:

$$K_s = \frac{3(\bar{x} - Me)}{s}, \quad K_s = \frac{(\bar{x} - Mo)}{s}$$

$$(-3 \leq K \leq 3)$$

Bowley-ev koeficijent asimetrije:

$$K_Q = \frac{Q_1 + Q_3 - 2Me}{Q_3 - Q_1}$$

$$(-1 \leq K \leq 1)$$

Model jednostavne linearne regresije (vrijedi i za model linearnog trenda, umjesto $i = t$)

$$y_i = b_0 + b_1 x_i + e_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Formule za izračunavanje parametara modela jednostavne linearne regresije

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}, \quad b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}$$

Pokazatelji reprezentativnosti modela sa procijenjenim parametrima:

Varijanca

$$\sigma_{\hat{y}}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2;$$

Koeficijent varijacije

$$V_{\hat{y}} = \frac{\sigma_{\hat{y}}}{\bar{y}} \cdot 100;$$

Koeficijent determinacije

$$r^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

Standardna greška općeg modela i parametara:

- procjena varijance

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}$$

-standardna greška α

$$\sigma(\beta_0) = \sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2 \sum_{i=1}^n x_i^2}{n \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2 \right)}}$$

-standardna greška β

$$\sigma(\beta_1) = \sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}}$$

Standardna greška procjene vrijednosti zavisne varijable za zadanu vrijednost nezavisne varijable

Interval procjene zavisne varijable

$$\sigma(\hat{y}_0) = \hat{\sigma} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}}$$

$$P(\hat{y}_0 - t_{(\alpha/2; n-2)} \cdot \sigma(\hat{y}_0) < \hat{Y}_0 < \hat{y}_0 + t_{(\alpha/2; n-2)} \cdot \sigma(\hat{y}_0)) = (1 - \alpha)$$

Formule za izračunavanje zbroja kvadrata odstupanja

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n y_i^2 - n\bar{y}^2$$

$$\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 = b_0 \sum_{i=1}^n y_i + b_1 \sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{y}^2$$

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n y_i^2 - b_0 \sum_{i=1}^n y_i - b_1 \sum_{i=1}^n x_i y_i$$

Pearsonov koeficijent linearne korelacije

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2 \right) \left(\sum_{i=1}^n y_i^2 - n\bar{y}^2 \right)}}$$

Spearmanov koeficijent korelacije ranga

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n^3 - n}; \quad d_i = r(x_i) - r(y_i)$$

$$(-1 \leq r_s \leq 1)$$

Vremenski nizovi

Prve diferencije članova vremenske serije

- pojedinačne

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1};$$

$$\Delta y^*_t = y_t - y_b$$

- prosječna vrijednost

$$\overline{\Delta y} = \frac{y_n - y_1}{n-1}$$

Stope promjene članova vremenske serije

- pojedinačne

$$s_t = \frac{\Delta y_t}{y_{t-1}} \cdot 100 = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}} \cdot 100;$$

$$s^*_t = \frac{\Delta y^*_t}{y_b} \cdot 100 = \frac{y_t - y_b}{y_b} \cdot 100$$

- prosječna vrijednost

$$\bar{s} = (G-1) \cdot 100 \quad G = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}$$

$$S_t = V_t - 100 \quad S^*_t = I_t - 100$$

Verižni indeksi

$$V_t = \frac{y_t}{y_{t-1}} \cdot 100, \quad t = 2, 3, \dots, n$$

$$V_t = \frac{I_t}{I_{t-1}} \cdot 100$$

Bazni indeksi

$$I_t = \frac{y_t}{y_b} \cdot 100, \quad t = 1, 2, \dots, n$$

$$I^*_t = \frac{I_t}{I_b} \cdot 100$$

Verižni u bazne

$$I_t = 100, \quad t = b$$

$$I_t = \frac{I_{t+1}}{v_{t+1}}, \quad t < b$$

$$I_t = I_{t-1} \cdot v_t, \quad t > b$$

Skupni indeksi količina

- Laspeyres-ovog tipa

$$Q_t(p_0) = \frac{\sum_{i=1}^k q_{it} \cdot p_{i0}}{\sum_{i=1}^k q_{i0} p_{i0}} \cdot 100$$

- Paasche-ovog tipa

$$Q_t(p_t) = \frac{\sum_{i=1}^k q_{it} \cdot p_{it}}{\sum_{i=1}^k q_{i0} p_{it}} \cdot 100$$

Skupni indeksi cijena

- Laspeyres-ovog tipa

$$P_t(q_0) = \frac{\sum_{i=1}^k p_{it} \cdot q_{i0}}{\sum_{i=1}^k p_{i0} q_{i0}} \cdot 100$$

- Paasche-ovog tipa

$$P_t(q_t) = \frac{\sum_{i=1}^k p_{it} \cdot q_{it}}{\sum_{i=1}^k p_{i0} q_{it}} \cdot 100$$

Skupni indeks vrijednosti

$$V_t = \frac{\sum_{i=1}^k p_{it} \cdot q_{it}}{\sum_{i=1}^k p_{i0} q_{i0}} \cdot 100$$

Teorijske distribucije

Binomna razdioba (distribucija) ($r \in N, 0 < p < 1$)

$$p(x) = P(X = x) = \binom{r}{x} p^x q^{r-x}$$

- Očekivana vrijednost

$$E(X) = \mu = rp$$

- Varijanca

$$\sigma^2 = rpq$$

- Koeficijent asimetrije

$$\kappa = \frac{q-p}{\sqrt{rpq}}$$

- Koeficijent zaobljenosti

$$\varepsilon = 3 + \frac{1-6pq}{rpq}$$

Poissonova razdioba ($X \sim Po(\lambda)$)

$$p(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

- Očekivana vrijednost - Varijanca - Koeficijent asimetrije - Koeficijent zaobljenosti

$$E(X) = \mu = \lambda \quad \sigma^2 = \lambda \quad \kappa = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \quad \varepsilon = 3 + \frac{1}{\lambda}$$

Normalna razdioba ($X \sim N(\mu, \sigma^2)$)

$$P(x_1 < X < x_2) = F(x_2) - F(x_1); \quad Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Parametri sampling-distribucija aritmetičkih sredina uzoraka:

- standardna devijacija - standardna devijacija

$$(f = n/N < 0,05)$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$(f = n/N \geq 0,05)$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

Parametri sampling-distribucija proporcija uzoraka:

aritmetička sredina - varijanca ili standardna greška

$$E(P_r) = \pi \quad \sigma_P = \sqrt{\frac{\pi \cdot (1 - \pi)}{n}}$$

Interval procjene aritmetičke sredine

$$P(\bar{x} - z_{1-\alpha/2} \cdot S_{\bar{x}} < \mu < \bar{x} + z_{1-\alpha/2} \cdot S_{\bar{x}}) = (1 - \alpha) \quad \text{za } (n \leq 30) \text{ koristi se T-distribucija } (t_{\alpha/2; n-1})$$

Standardna greška procjene aritmetičke sredine

$$S_{\bar{x}} = S/\sqrt{n}; \quad S = s\sqrt{\frac{n}{n-1}}; \quad (\text{za } n > 50, S = s); \quad s = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2}$$

Interval procjene proporcije

$$P(p - z_{1-\alpha/2} S_P < \pi < p + z_{1-\alpha/2} S_P) = (1 - \alpha);$$

Standardna greška procjene proporcije

- ako je $f < 0,05$ - ako je $f \geq 0,05$

$$S_P = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n-1}} \quad S_P = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n-1} \cdot \frac{N-n}{N-1}}$$

Standardna greška procjene razlike aritmetičkih sredina

- za velike uzorke - za male uzorke

$$S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} \quad S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \hat{S} \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \quad \hat{S}^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

(koristiti kod testiranja razlike aritmetičkih sredina)

Testiranja hipoteza

Testiranje aritmetičke sredine (**vrijedi i za ostala testiranja**)

Interval prihvatanja H_0

dvosmjerni test	$H_{0...}\mu = \mu_0$ $H_{1...}\mu \neq \mu_0$	$ z < z_{1-\alpha/2}$ ili $ t < t_{(\alpha/2;n-1)}$
jednosmjerni, na gornju granicu	$H_{0...}\mu \leq \mu_0$ $H_{1...}\mu > \mu_0$	$z < z_{1-\alpha}$ $t < t_{(\alpha;n-1)}$
jednosmjerni, na donju granicu	$H_{0...}\mu \geq \mu_0$ $H_{1...}\mu < \mu_0$	$z > -z_{1-\alpha}$ $t > -t_{(\alpha;n-1)}$

$$z, t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{S_{\bar{x}}} \quad z, t = \frac{p - \pi_0}{S_p} \quad S_p = \sqrt{\frac{\pi_0(1-\pi_0)}{n}}$$

Razlika aritmetičkih sredina dviju populacija (**vrijedi i za razliku proporcija**)

dvosmjerni	$H_{0..}\mu_1 - \mu_2 = D_0$, $H_{1..}\mu_1 - \mu_2 \neq D_0$	$ z < z_{1-\alpha/2}$ -prihvatiti H_0
Jednosmjerni, na gornju granicu	$H_{0..}\mu_1 - \mu_2 \leq D_0$, $H_{1..}\mu_1 - \mu_2 > D_0$	$z < z_{1-\alpha}$ - prihvatiti H_0
Jednosmjerni, na donju granicu	$H_{0..}\mu_1 - \mu_2 \geq D_0$, $H_{1..}\mu_1 - \mu_2 < D_0$	$z > -z_{1-\alpha}$ - prihvatiti H_0

$n \leq 30$ uzeti t-test sa $(n_1 + n_2 - 2)$ st. slobode

Test hipoteze o razlici proporcija dviju populacija

$$S_{p_1-p_2} = \sqrt{\hat{p}\hat{q}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)} \quad \hat{p} = \frac{m_1 + m_2}{n_1 + n_2} \quad \hat{q} = 1 - \hat{p} \quad p_1 = \frac{m_1}{n_1} \quad p_2 = \frac{m_2}{n_2}$$

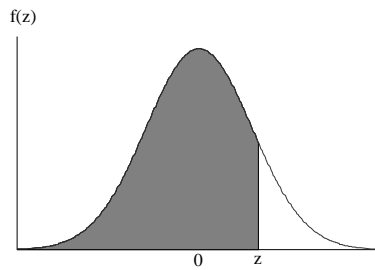
Test hipoteze o značajnosti parametra β

dvosmjerni	$H_{0...}\beta = 0$ $H_{1...}\beta \neq 0$	$ t < t_{\alpha/2}$ -prihvatiti H_0
------------	--	--

$$t = \frac{\hat{\beta}}{\delta_{\hat{\beta}}}$$

TABLICE DISTRIBUCIJA

Tablica I - Površina ispod normalne krive

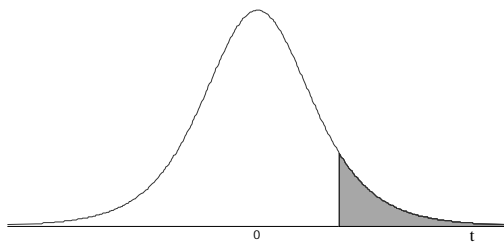


z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010
-2.9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-2.8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2.7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2.6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2.5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2.4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2.3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2.2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2.1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
-2.0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-1.9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-1.8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1.7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1.6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1.5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1.4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1.3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1.2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1.1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1.0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-0.9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-0.8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0.7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0.6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0.5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0.4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0.3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0.2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0.1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
-0.0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641

Tablica I - Površina ispod normalne krive (nastavak)

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0.1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0.2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0.3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0.4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0.5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0.6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0.7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0.8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0.9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1.0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1.1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1.2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1.3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1.4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1.5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1.6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1.7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1.8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1.9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2.0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2.1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2.2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2.3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2.4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2.5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2.6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2.7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2.8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2.9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3.0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

Tablica II - Kritične vrijednosti T-distribucije



df	Razina signifikantnosti - α				
	0,100	0,050	0,025	0,010	0,005
1	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657
2	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
9	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
10	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106
12	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055
13	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977
15	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
16	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
17	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
18	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878
19	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861
20	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
21	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831
22	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819
23	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807
24	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797
25	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787
26	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779
27	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771
28	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763
29	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756
30	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750
60	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660
120	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617
∞	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576